Kapitel 17

Entfernen verdeckter Kanten und Flächen

Beim Entfernen verdeckter Kanten und Flächen werden unterschieden:

- Objektraum-Algorithmen (arbeiten auf Weltkoordinaten, vergleichen Objekte)
- Bildraum-Algorithmen (arbeiten auf Device-Koordinaten, vergleichen Pixel)

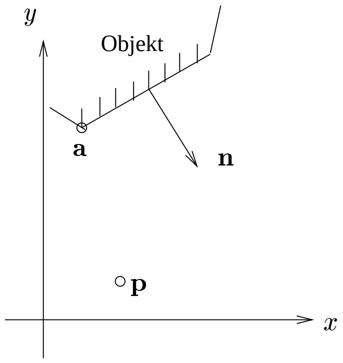
Das zunächst vorgestellte Back-Face Removal entfernt nur die Rückflächen einzelner Objekte, indem es im Objektraum (WC oder NPC) die Beziehung zwischen Betrachter und Objektfläche untersucht. Ob ein Objekt ein anderes verdeckt, kann dadurch nicht festgestellt werden.

17.1 Back-Face Removal/Culling

Ein Körper besteht aus Flächen, die dem Betrachter zugewandt sind (sogenannte Vorderflächen oder Front Faces) und solchen, die vom Betrachter abgewandt sind (sogenannte Rückflächen oder Back Faces). Die Rückflächen sind nicht sichtbar, da sie stets von Vorderflächen verdeckt sind. Die Unterdrückung der Rückflächen (*Back-Face Removal* oder *Back-Face Culling*) ist daher ein erster Schritt in Richtung einer natürlichen Darstellung des Kantenmodells. Für einen konvexen Körper bestimmt das Back-Face Culling exakt den sichtbaren Teil. Ist er dagegen nicht konvex, so werden zwar mehr Kanten angezeigt, als wirklich sichtbar sind, die Darstellung ist jedoch schon sehr realistisch. Ein weiterer Aspekt ist, daß bei einer komplexen Szene circa die Hälfte aller Flächen Rückflächen sind. Durch ihren Ausschluß halbieren sich in etwa die weiteren Berechnungen für Lighting und Shading.
Das Programm benutzt eine sehr effiziente Methode unter Verwendung der Normalenvektoren, um Vorder- und Rückflächen zu unterscheiden. Für die Flächen eines Objekts sind die Normalen so definiert, daß sie nach außen zeigen. Liegt der Betrachterstandpunkt auf der Außenseite einer Fläche, so handelt es sich um eine Vorder-, sonst um eine Rückfläche.
Wenn $\mathbf{n}$ der Normalenvektor der Fläche und $\mathbf{a}$ ein Eckpunkt ist, dann kann hieraus die Gleichung der Ebene, in der die Fläche liegt, in der *Hesseschen Normalform* bestimmt werden:

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}^{\mathrm{T}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{n}^{\mathrm{T}} = e.$$

Beim Einsetzen verschiedener Punkte $\mathbf{p}$ ergeben sich unterschiedliche Werte für e. Gilt $e = 0$, so liegt $\mathbf{p}$ in der Ebene, bei $e > 0$ befindet sich $\mathbf{p}$ außen, d.h., die Fläche ist von $\mathbf{p}$ aus sichtbar, und bei $e < 0$ liegt $\mathbf{p}$ innen, d.h., die Fläche ist von $\mathbf{p}$ aus unsichtbar.



Back-Face Removal mit Hessescher Normalform

Um die Rückflächen zu erkennen, ist für alle Flächen die obige Ebenengleichung zu berechnen, in die der Betrachterstandpunkt eingesetzt wird. Ergibt sich $e \geq 0$, so handelt es sich um eine Vorderfläche, sonst um eine Rückfläche. Dabei ist zu beachten, daß ggf. für jeden Eckpunkt eine eigene Normale definiert ist. Dies ist zum Approximieren von gekrümmten Flächen notwendig. Bei einer Rückfläche sind definitionsgemäß alle Normalenvektoren abgewandt. Flächen, bei denen einige Normalen zum Betrachter und andere von ihm weg zeigen, werden teilweise dargestellt. Es ist Aufgabe des später vorzustellenden Shaders, die sichtbaren Pixel zu bestimmen. Bei der Liniendarstellung wird eine Kante gezeichnet, wenn mindestens ein Eckpunkt sichtbar ist.
Eine algorithmische Vereinfachung des Tests auf Sichtbarkeit ergibt sich durch die Transformation der Ebenengleichung ins NPC. Hierbei wird ausgenutzt, daß der Betrachterstandpunkt im NPC per Definition die homogenen Koordinaten $(0, 0, 1, 0)$ besitzt. (Er liegt im Unendlichen auf der positiven z-Achse.) Daraus folgt, daß das Skalarprodukt zwischen Ebene und Betrachterstandpunkt im NPC identisch mit der z-Komponente des homogenen Normalenvektors der Fläche ist.
Zur Klassifizierung des Flächentyps wird daher im Programm zunächst nur die z-Komponente der homogenen Normalenvektoren ins NPC transformiert. Durch diese sehr effiziente Methode, Rückflächen zu eliminieren, halbiert sich in etwa die Berechnung zur Darstellung eines Objekts.

17.2 Hidden-Surface Removal

Bei der Darstellung von 3-D-Szenen ist das Problem zu lösen, daß der Betrachter nur die Objekte sehen sollte, die im Vordergrund liegen; alle anderen sind zumindest teilweise verdeckt. Das Entfernen der nicht sichtbaren Flächen wird als *Hidden-Surface Removal* bezeichnet.

17.2.1 z-Buffer-Algorithmus

Der hier vorgestellte *z-Buffer-Algorithmus* löst das Problem nach dem folgenden Prinzip: Für alle Pixel des Bildschirms wird die z-Komponente als Wert für die Tiefe im Raum gespeichert. Die benötigte Datenstruktur, der sogenannte z-Buffer, ist im Programm ein 2-dimensionales Array, das für jedes Pixel den z-Wert des in diesem Punkt dem Betrachter am nächsten liegenden Objekts enthält. In einem gleichgroßen Feld, dem Frame Buffer, werden die Farbwerte der Pixel gespeichert. Die Menge der Farbwerte stellt den Bildschirmspeicher dar.

Der z-Wert wird mit Null und der Farbwert mit der Hintergrundfarbe der Szene initialisiert. Laut Definition der Transformationspipeline treten nach dem Clipping im NPC nur noch z-Werte zwischen Null und Eins auf. Die Initialisierung mit Null entspricht dem größtmöglichen Abstand vom Betrachter (Back Plane).
Durch die Rasterung der Flächen erhalten die Pixel auch einen interpolierten z-Wert, der mit dem z-Buffer-Wert an dieser Stelle verglichen wird. Ist der z-Wert des Pixels größer, so ist das Pixel (vorläufig) sichtbar. Sein z-Wert wird in den z-Buffer und sein Farbwert in den Bildschirmspeicher eingetragen. Ist der z-Wert des Pixels kleiner, so ist der zugehörige Teil der Fläche verdeckt; die Inhalte von z-Buffer und Bildschirmspeicher bleiben erhalten. Nach der Abarbeitung aller Flächen enthält der Bildschirmspeicher die Abbildung der sichtbaren Flächen bzw. Flächenteile und der z-Buffer die zugehörige Tiefeninformation.
Der z-Buffer-Algorithmus entscheidet pixelweise über die Verdeckungseigenschaften und ist daher sehr allgemeingültig. Die darzustellenden ebenen Flächen brauchen nicht vorsortiert zu werden und dürfen sich gegenseitig durchdringen. Da er am Ende der Transformationspipeline im DC arbeitet, wird er als Bildraumalgorithmus klassifiziert.
Der z-Buffer-Algorithmus wird vom Programm in der inneren Schleife des Scanline-Algorithmus aufgerufen und läßt sich wie folgt skizzieren:

```
Fuer jede Flaeche F tue:
  Fuer jedes Pixel (x, y) auf dieser Flaeche tue:
    berechne Farbe c und Tiefe z
    falls z > tiefe[x, y]:
      dann wird c an der Stelle x,y im Frame Buffer eingetragen
      und tiefe[x, y] auf z gesetzt.
```

Ist die Fläche durch $Ax + By + Cz + D = 0$ gegeben, so ist die Tiefe im Punkt (x, y):

$$z = -\frac{Ax + By + D}{C}$$

Für auf einer Scanline benachbarte Punkte (x_i, y_j) und (x_{i+1}, y_j) ergibt sich

$$z_{i+1} = z_i - \frac{A}{C}$$

Für die Punkte (x_i, y_j) und (x_i, y_{j+1}) zweier benachbarter Scanlines ergibt sich

$$z_{j+1} = z_j - \frac{B}{C}$$

Das größte Problem bei der Implementierung des z-Buffers ist sein Speicherplatzbedarf. Eine ausreichende Auflösung der Tiefeninformation ergibt sich erst mit einem 32-Bit z-Wert, d.h. $maxint = (2^{31} - 1)$. Für die RGB-Tripel werden drei Byte benötigt, die in einem 32-Bit Integer kodiert werden. Pro Pixel belegen der z-Buffer und der Bildschirmspeicher also acht Byte. Bei einer Bildschirmauflösung von 800×600 Pixeln ergeben sich folglich 3,84 MB.