netpbm

- PBM Portable Bitmap
- PGM Portable Greymap
- PPM Portable Pixmap
- PNM Portable Anymap

Konvertierungsroutinen:

`anytopnm`, `asciitopgm`, `bmptoppm`, `giftopnm`, `pbmtopgm`, `pgmtopbm`, `pgmtoppm`, `ppmtopgm`, `pstopnm`, `rgb3toppm`, `tifftopnm`, `xbmtopbm`, `xwdtopnm`, `pbmtoascii`, `pbmtolps`, `pbmtopgm`, `pbmtoxbm`, `pgmtopbm`, `pgmtoppm`, `pnmtops`, `pnmtotiff`, `pnmtoxwd`, `ppmtobmp`, `ppmtogif`, `ppmtopgm`, `ppmtorgb3`.

Kapitel 11

3D-Grundlagen

Für 3-dimensionale Objekte gibt es mehrere Möglichkeiten der Repräsentation (d.h. Definition des Objekts) und der Darstellung (d.h. Projektion des Objekts auf den Bildschirm).

11.1 Repräsentation und Darstellung

Repräsentation

- Elementarobjekt mit Definitionspunkten,
- Drahtmodell mit Kantenliste,
- Flächenmodell mit Flächenliste,
- Flächenmodell mit Halbkantendarstellung,
- CSG (constructive solid geometry) mit mengentheoretischer Verknüpfung von Elementarobjekten.

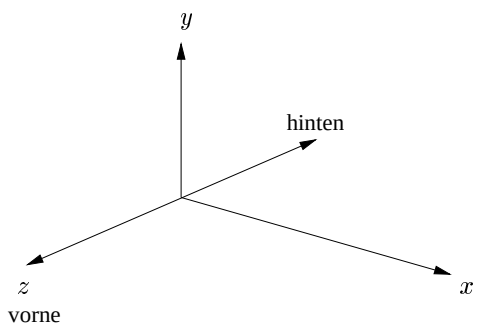
Darstellung

- Drahtmodell mit sämtlichen Kanten,
- Drahtmodell mit Entfernung verdeckter Kanten,
- Flächenmodell mit Schattierung, ohne abgewandte Flächen,
- Flächenmodell mit Berechnung von Lichtreflektion, ohne verdeckte Teile von Flächen,
- Körpermodell mit Berechnung von Schattenbildung, Spiegelungen und Brechungen.

11.2 3D-Koordinatensystem

Weit verbreitet ist das kartesische Koordinaten-System, z.B. in der rechtshändigen Form.

Bei gespreizten Fingern der rechten Hand zeigt der Zeigefinger in x-Richtung, der Mittelfinger in y-Richtung, der Daumen in z-Richtung.



11.3 Länge und Kreuzprodukt

Gegeben sei ein 3D-Vektor

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

Seine **Länge** ist definiert als

$$|v| := \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

Gegeben seien zwei 3D-Vektoren

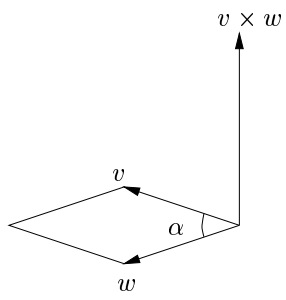
$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \text{ und } w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

Das **Kreuzprodukt** von v und w ist definiert als

$$v \times w = \begin{pmatrix} v_2 \cdot w_3 \Leftrightarrow v_3 \cdot w_2 \\ v_3 \cdot w_1 \Leftrightarrow v_1 \cdot w_3 \\ v_1 \cdot w_2 \Leftrightarrow v_2 \cdot w_1 \end{pmatrix}$$

Der Vektor $v \times w$ steht senkrecht auf v und steht senkrecht auf w. Seine Länge entspricht der Fläche des durch v und w aufgespannten Parallelogramms, d.h.

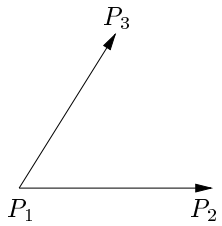
$$|v \times w| = |v| \cdot |w| \cdot \sin(\alpha)$$



In einem rechtshändigen Koordinatensystem entspricht bei gespreizten Fingern der Zeigefinger v, der Mittelfinger w, der Daumen $v \times w$.

Anwendung des Kreuzprodukts

Gegeben sei eine Fläche durch 3 nicht kollineare Punkte P_1, P_2, P_3.



Der Vektor $(P_2 \Leftrightarrow P_1) \times (P_3 \Leftrightarrow P_1)$ bildet den Normalenvektor zur Fläche.
Ist eine Ebene durch ihre Ebenengleichung $Ax + By + Cz + D = 0$ gegeben, so ergibt sich der Normalenvektor als (A, B, C).
Ist ein Normalenvektor (A, B, C) gegeben, so errechnet sich D durch Einsetzen eines beliebigen Punktes der Ebene.
Ein Punkt (x, y, z) liegt

oberhalb der Ebene,	falls	$Ax + By + Cz + D > 0$
unterhalb der Ebene,	falls	$Ax + By + Cz + D < 0$
in der Ebene,	falls	$Ax + By + Cz + D = 0$

11.4 Skalarprodukt

Gegeben seien zwei n-dimensionale Vektoren v, w.
Das **Skalarprodukt** lautet:

$$v \cdot w := \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot w_i$$

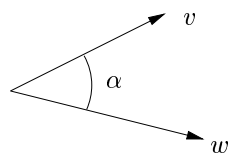
Für Vektoren a, b, c und $s \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\begin{array}{rcll} a \cdot b & = & b \cdot a & \text{(Symmetrie)} \\ (a+c) \cdot b & = & a \cdot b + c \cdot b & \text{(Linearität)} \\ (sa) \cdot b & = & s(a \cdot b) & \text{(Homogenität)} \\ |b| & = & \sqrt{b \cdot b} & \text{(euklidische Norm)} \end{array}$$

Anwendungen des Skalarprodukts:

Gegeben zwei Vektoren v, w. Für den Winkel α zwischen v und w gilt:

$$\cos(\alpha) = \frac{v \cdot w}{|v| \cdot |w|}.$$



$$\begin{array}{rrcl} \text{Es gilt:} & v \cdot w < 0 & \Leftrightarrow & v \text{ und } w \text{ sind mehr als } 90^\circ \text{ auseinander} \\ & v \cdot w = 0 & \Leftrightarrow & v \text{ steht senkrecht auf } w \\ & v \cdot w > 0 & \Leftrightarrow & v \text{ und } w \text{ sind weniger als } 90^\circ \text{ auseinander} \end{array}$$

Es gilt: $n \cdot r = D$ beschreibt eine Ebene für $D \in \mathbb{R}$ und Normalenvektor n. Alle Lösungsvektoren r liegen (als Punkte aufgefaßt) auf der Ebene. Das Skalarprodukt aller Ebenenpunkte (als Vektoren geschrieben) mit dem Normalenvektor ist konstant.

11.5 Matrixinversion

Analog zum zweidimensionalen Fall werden die dreidimensionalen Transformationen durch Verknüpfung homogener Koordinaten mit 4×4-Transformationsmatrizen dargestellt.

Sei $A = (a_{ik})$, $1 \leq i, k \leq 4$, eine 4×4-Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Ist $D = det\ A = |a_{ik}|$ die *Determinante* von A, so bezeichnet man als *Unterdeterminante* des Elementes a_{ik} diejenige 3-reihige Determinante, die aus D durch Streichen der i-ten Zeile und der k-ten Spalte hervorgeht. Unter der *Adjunkten* A_{ik} des Elementes a_{ik} versteht man die mit dem Faktor $(\Leftrightarrow 1)^{i+k}$ versehene Unterdeterminante von a_{ik}.

Beispiel:

$$\begin{aligned} A_{23} &= \Leftrightarrow \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} \\ &= \Leftrightarrow [a_{11}(a_{32}a_{44} \Leftrightarrow a_{34}a_{42}) \Leftrightarrow a_{12}(a_{31}a_{44} \Leftrightarrow a_{34}a_{41}) + a_{14}(a_{31}a_{42} \Leftrightarrow a_{32}a_{41})] \end{aligned}$$

Für die *inverse Matrix* A^{-1} gilt:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det\ A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & A_{41} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & A_{42} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & A_{43} \\ A_{14} & A_{24} & A_{34} & A_{44} \end{pmatrix}$$

Für die Entwicklung der Determinante von A nach der ersten Zeile können die Adjunkten benutzt werden. Es gilt:

$$\det\ A = \sum_{k=1}^{4} a_{1k} A_{1k}$$

Kapitel 12

3D-Repräsentation

Die Repräsentation dreidimensionaler Objekte in der Computergrafik teilt sich in verschiedene Repräsentationsklassen, die hierarchisch aufgebaut sind.

12.1 Elementarobjekte

Für den Benutzer sollte die Beschreibung einer Szene durch *Elementarobjekte* erfolgen. Diese können unterschiedlich kompliziert sein, sollten aber durch wenige Parameter beschrieben werden können. Eine Kugel z.B. ist bereits durch Mittelpunkt und Radius eindeutig im Raum plaziert. Es ist sinnvoll, jedes Objekt in seinem eigenen, lokalen Modellkoordinatensystem zu definieren. Dessen Ursprung wird im Inneren des Objekts gewählt und das gesamte Objekt in ein Einheitsvolumen (z.B. $\Leftrightarrow 1 \leq x, y, z \leq +1$) eingeschlossen. Für Orts- und Größenveränderungen sind Transformationen zuständig.

12.2 Drahtmodell

In der nächsten Repräsentationsklasse wird das Elementarobjekt als *Drahtmodell* durch eine Liste von Kanten repräsentiert. Jede Kante besteht aus zwei Punkten im kartesischen Koordinatensystem.

Beim Würfel verbinden die Kanten die Eckpunkte, bei einer Kugel werden die Längen- und Breitenkreise durch n-Ecke angenähert, wobei mit n die Güte der Approximation steigt. Das Drahtmodell skizziert nur die Umrisse eines Objekts und enthält keine zusätzlichen Flächen- oder Volumeninformationen.

12.3 Flächenmodell

Beim *Flächenmodell* werden Objekte durch approximierte oder analytische Flächen, z.B. durch eine Liste von konvexen Polygonen, repräsentiert. Ein solches Polygon wird durch seine Eckpunkte beschrieben, die durch Kanten verbunden sind.

Punkteliste	Kantenliste	Flächenliste
$P_1 : (x_1, y_1, z_1)$	$k_1 : P_1, P_2$	$F_1 : k_1, k_2, k_3$
$P_2 : (x_2, y_2, z_2)$	$k_2 : P_2, P_3$	$F_2 : k_1, k_6, k_4$
$P_3 : (x_3, y_3, z_3)$	$k_3 : P_3, P_1$	$F_3 : k_2, k_6, k_5$
$P_4 : (x_4, y_4, z_4)$	$k_4 : P_1, P_4$	$F_4 : k_3, k_4, k_5$
	$k_5 : P_4, P_3$	
	$k_6 : P_4, P_2$	

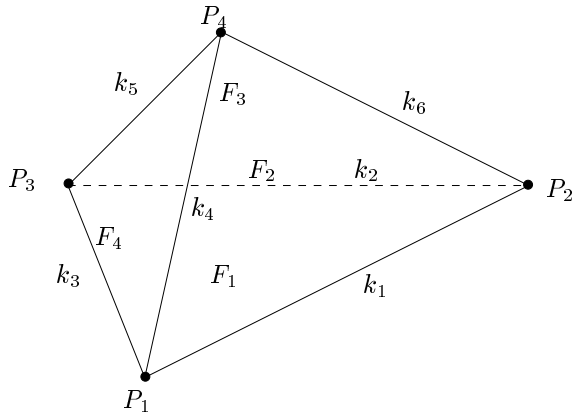


Abbildung 12.1: Tetraeder als Flächenmodell

Zur vollständigen Beschreibung einer Fläche gehört noch die Angabe, welche Seite "innen" und welche Seite "außen" liegt. Dies geschieht durch Angabe des Normalenvektors: Er steht senkrecht auf der Fläche und zeigt von innen nach außen. Für die Approximation gekrümmter Flächen wird häufig pro Eckpunkt eine Normale verwendet.

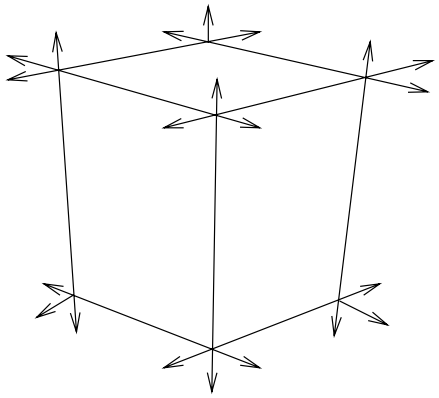


Abbildung 12.2: Würfel mit Normalenvektoren

12.4 CSG (constructive solid geometry)

Jedes Objekt wird beschrieben durch einen binären Baum, dessen Blätter beschriftet sind mit Elementarobjekten und dessen innere Knoten beschriftet sind mit den Mengenoperationen $\cup$ (Vereinigung), $\cap$ (Durchschnitt), $\setminus$ (Differenz).

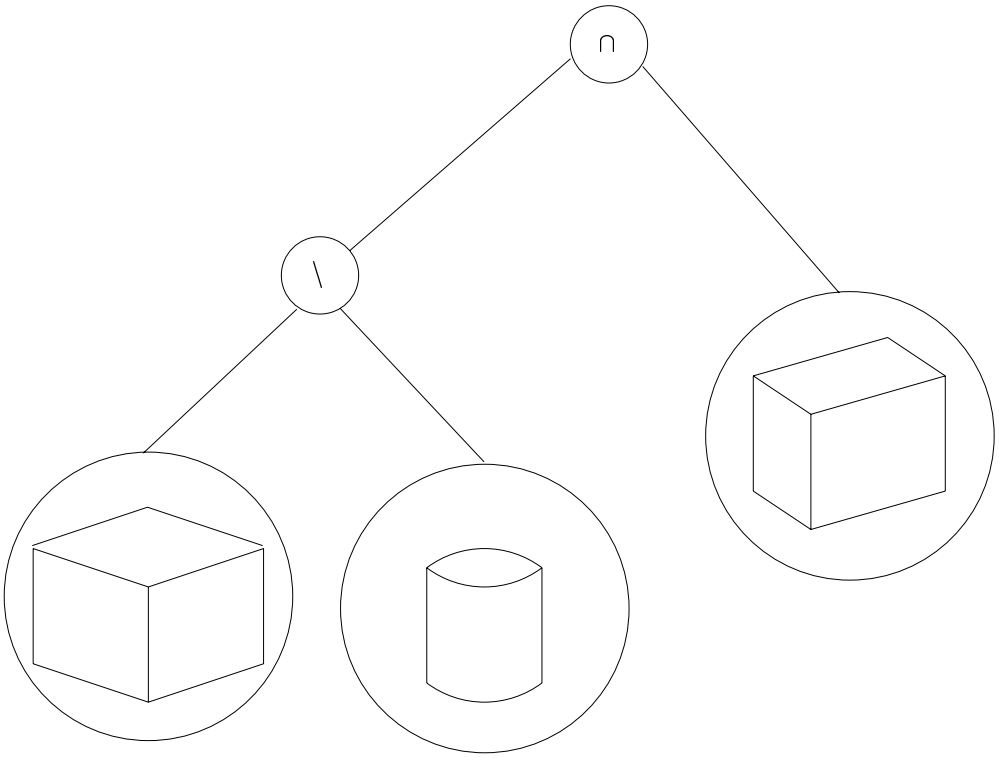


Abbildung 12.3: CSG-Repräsentation eines Körpers

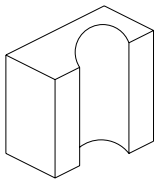


Abbildung 12.4: Darstellung des resultierenden Körpers

12.5 Flächenmodell mit Halbkantendarstellung

Jedes Objekt enthält eine Liste von Flächen, die von Halbkanten begrenzt werden. Die Halbkanten sind von außen betrachtet im Uhrzeigersinn orientiert und zeigen auf ihre jeweils linke Nachbarfläche sowie ihre Anfangs- und Endpunkte.

Die Halbkantendarstellung eignet sich zur effizienten Entfernung von verdeckten Kanten und Flächen. Eine Kante zwischen Punkt P_1 und Punkt P_2, welche die Flächen F_1 und F_2 trennt, taucht einmal als Halbkante (P_1, P_2) in der Kantenliste zu F_2 auf mit einem Verweis auf die Nachbarfläche F_1 und ein weiteres Mal als (P_2, P_1) in der Kantenliste zu F_1 mit einem Verweis auf die Nachbarfläche F_2. Werden nun alle Halbkanten einer Fläche F_1 bearbeitet, so regelt die Sichtbarkeit von F_1 und die Sichtbarkeit der jeweils anstoßenden Fläche die Sichtbarkeit der jeweiligen Halbkante. Das doppelte Zeichnen einer Kante läßt sich vermeiden, indem bei jeder Fläche vermerkt wird, ob ihre Halbkanten bereits bearbeitet wurden.

Auch die Flächennormalen können in der Datenstruktur gespeichert werden.

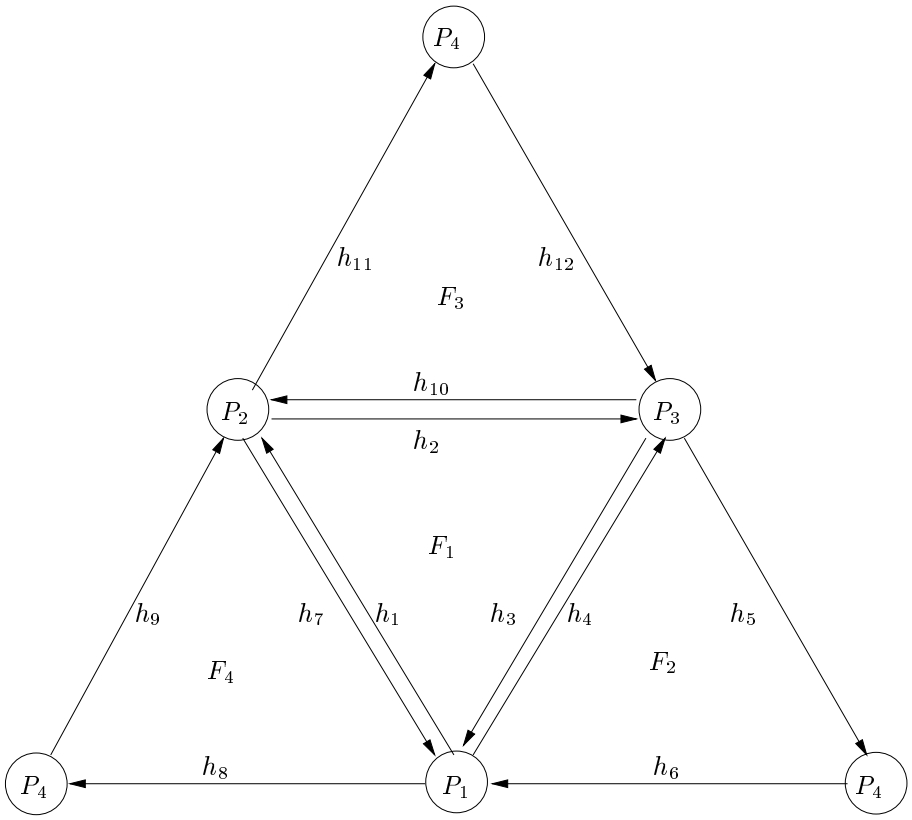
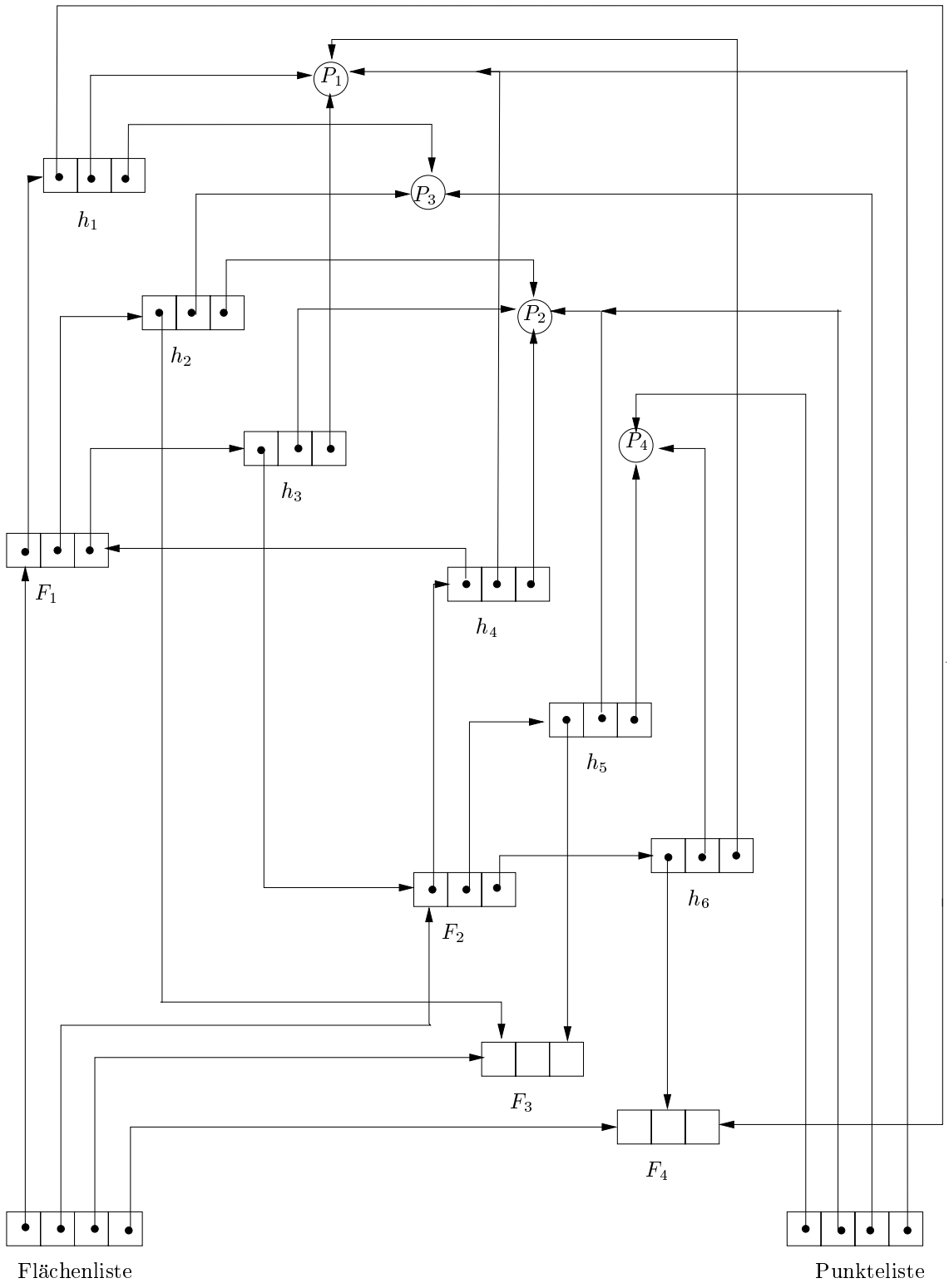


Abbildung 12.5: Tetraeder mit 4 Knoten, 12 Halbkanten, 4 Flächen


P_1
P_3
h_1
P_2
h_2
P_4
h_3
F_1
h_4
h_5
h_6
F_2
F_3
F_4
Flächenliste
Punkteliste